eedm20 : 20e école d'été de didactique des mathématiques

13-19 oct. 2019 Environs de Grenoble (Isère) (France)

https://eedm20.sciencesconf.org/

Thème 3 : Grandeurs et mesures

Cours 1

Raisons d'être des grandeurs dans l'enseignement de l'arithmétique élémentaire à l'école. États des lieux, questions et perspectives.

Christine Chambris [1]

Résumé. « By means of geometrical figures like triangle, parallelogram, rhombus, or square, one succeeds in organising the world of contour phenomena; numbers organise the phenomenon of quantity. » (Freudenthal, 1983, p. 28). En d'autres termes, les nombres sont aux quantités ce que les figures géométriques sont au monde des formes. Les grandeurs sont ainsi au cœur de tous les phénomènes quantitatifs étudiés notamment à l'école et par voie de conséquence à l'origine de nombre des problèmes qui conduisent à l'étude des nombres et du calcul à l'école. Pourtant, alors qu'elles ont pendant longtemps nourri le développement des nombres et du calcul, les grandeurs ont été évacuées des fondements des nombres dans les mathématiques savantes dans le grand mouvement d'axiomatisation de la seconde moitié du 19^{e} siècle.

La situation des grandeurs est alors paradoxale. D'une part, elles sont partout denses dans le numérique de l'école. D'autre part, elles ne font plus partie des savoirs de référence pour cet enseignement (Chambris, 2007, 2010). Pourtant les travaux de didactique montrent depuis les années 1980 qu'elles sont nécessaires pour l'enseignement et l'apprentissage de l'arithmétique de l'école (les nombres, le calcul, les quatre opérations et la proportionnalité) (voir par exemple Bosch, 1994 ; Chambris, 2007, 2010 ; Comin, 2002 ; Cortina, Visnovska & Zuniga, 2014 ; Douady & Perrin, 1986 ; Freudenthal, 1983). Dans le prolongement des travaux de Neyret (1995) sur les traités, ce paradoxe m'a notamment amenée à caractériser deux types de savoirs savants mathématiques : ceux utiles aux mathématiciens (les savoirs savants du premier ordre), ceux mathématiquement corrects et utiles pour l'enseignement des mathématiques (les savoirs savants du second ordre) (Chambris, 2010).

Par ailleurs, sans référence (explicite) aux grandeurs, depuis les années 1980 également, d'autres travaux, issus de la psychologie cognitive (voir par exemple Lamon, 1996 ; Steffe & Glasersfeld, 1985 ; Ulrich, 2015, 2016) et assez peu connus en France dans le champ de la didactique en tout cas, ont fait émerger le « unitizing » comme outil central pour caractériser les avancées conceptuelles dans l'apprentissage des nombres et du calcul. Sans être lié

1. Laboratoire de didactique André Revuz, Université de Cergy-Pontoise, christine.chambris@u-cergy.fr.

directement au concept mathématique d'unité au cœur du processus de mesure des grandeurs, le unitizing n'y est pas totalement étranger.

En considérant qu'« une société est faite d'*œuvres*, c'est-à-dire de constructions humaines visant à apporter réponse à certaines *questions*, qui sont les *raisons d'être* de ces œuvres » (Chevallard, 1997), quelles sont donc les questions auxquelles les grandeurs constituent réponse dans l'enseignement des mathématiques ? En appui sur les éléments qui précèdent, j'ai limité l'étude de ce problème à l'étude des raisons d'être des grandeurs à l'école élémentaire (et au début du collège) dans l'enseignement de l'arithmétique.

Je m'attacherai à mettre en évidence d'une part des phénomènes quantitatifs au cœur des mathématiques de l'école (voire du début du collège) et les grandeurs attachées (voir par exemple Lehrer, 2003 pour les grandeurs géométriques) et comment certaines propriétés des grandeurs émergent dans ces phénomènes (voir par exemple Davidov, 1975 ; Savard & Polotskaia, 2014 ; Cortina, Visnovska & Zuniga, 2014). Ils constitueront une première entrée dans la question des raisons d'être. En termes praxéologiques, ils sont plutôt rattachés au bloc praxis. D'autre part, je m'attèlerai à l'étude de la question des moyens à la disposition des enseignants et des élèves pour élaborer les raisonnements possibles ou nécessaires dans l'enseignement-apprentissage de l'arithmétique à des jeunes élèves (voir par exemple Comin, 2002 pour la proportionnalité ; Lamon, 1996). La place des grandeurs y est parfois ambigüe. Cette deuxième entrée est plutôt centrée sur le bloc *logos* des praxéologies. Il s'agira à la fois de mettre en évidence des besoins technologiques pour l'enseignement et de les rattacher à des raisons d'être des grandeurs.

Cette étude sera conduite tant en termes d'état des lieux que de perspectives.

Références du résumé

Bosch, M. (1994). *La dimensión ostensiva en la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad* (Thèse de doctorat). Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelone, Espagne.

Chambris, C. (2007) Petite histoire des rapports entre grandeurs et numérique dans les programmes de l'école primaire. *Repères IREM*, *69*, 5-31. http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique24

Chambris, C. (2010). Relations entre grandeurs, nombres et opérations dans les mathématiques de l'école primaire au 20e siècle : théories et écologie. *Recherches en didactique des mathématiques*, *30*, 317-366.

Chevallard, Y. (1997, octobre). *Questions vives, savoirs moribonds : le problème curriculaire aujourd'hui*. Communication présentée au colloque Défendre et transformer l'école pour tous, Marseille. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=19

Comin, E. (2002). L'enseignement de la proportionnalité à l'école et au collège. *Recherches en didactique des mathématiques*, *22*(2), 135-182.

Cortina, J. L., Visnovska, J. & Zuniga, C. (2014). Unit fractions in the context of proportionality: supporting students' reasoning about the inverse order relationship. *Mathematics Education Research Journal*, *26*(1), 79-99.

Davydov, V. V. (1975). The psychological characteristics of the "prenumerical" period of mathematics instruction. Dans L. P. Steffe (dir.), *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics* (Vol. 7, pp. 109-206). Chicago, IL : The University of Chicago Press.

Douady, R. & Perrin-Glorian, M.-J. (1986). *Liaison école-collège : Nombres décimaux*. IREM, Université Paris VII.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht, Pays-Bas : Kluwer.

Lamon, S. J. (1996). The development of unitizing: Its role in children's partitioning strategies. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(2), 170-193.

Lehrer, R. (2003). Developing understanding of measurement. Dans J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (dir.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 179-191). NCTM. http://geometryandmeasurement.pbworks.com/f/measurementarticle.pdf

Neyret, R. (1995) *Contraintes et détermination des processus de formation des enseignants : nombres décimaux, rationnels et réels dans les Instituts Universitaires de Formation des Maîtres* (Thèse de doctorat). Université Joseph Fourier, Grenoble.

Savard, A. & Polotskaia, E. (2014). Gérer l'accès aux mathématiques dans la résolution de problèmes textuels : une exploration du côté de l'enseignement primaire. *Éducation et francophonie, 42*(2), 138–157. https://doi.org/10.7202/1027910ar

Steffe, L. P. & Glasersfeld, E. von (1985). Helping children to conceive of number. *Recherches en didactique des mathématiques, 6*, 269-303.

Ulrich, C. (2015). Stages in constructing and coordinating units additively and multiplicatively (Part 1). *For the Learning of Mathematics*, *35*(3), 2-7.

Ulrich, C. (2016). Stages in constructing and coordinating units additively and multiplicatively (Part 2). *For the Learning of Mathematics*, *36*(1), 34-39.

Liste des lectures préalables sur les cadres théoriques sous-jacents au cours

Le cadre théorique principalement mobilisé dans le cours sera la théorie anthropologique du didactique. Dans ce cadre, je m'appuierai notamment sur l'écologie des savoirs et la question des besoins trophiques.

La référence que je suggère est le texte de Michèle Artaud :

Artaud, M. (1997). Introduction à l'approche écologique du didactique. L'écologie des organisations mathématiques et didactiques. Dans M. Bailleul, C. Comiti, J.-L. Dorier, J.-B. Lagrange, B. Parzysz & M.-H. Salin (dir.), *Actes de la IX^e école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 101-139). Caen : ARDM et IUFM.

J'évoquerai également les praxéologies de références :

Bosch, M. & Gascón, J. (2005). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. Dans A. Mercier & C. Margolinas (dir.), *Balises pour la didactique des mathématiques* (p. 107-122). Grenoble : La pensée sauvage.

Liste des lectures recommandées pour le cours

• Unitizing

Lamon, S. J. (1996). The development of unitizing: Its role in children's partitioning strategies. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(2), 170-193. http://www.jstor.org/stable/749599

Pour des textes plus récents sur cette question : Catherine Ulrich.

• Apprentissage des grandeurs et de leur mesure

Sur les difficultés conceptuelles liées à l'apprentissage des grandeurs géométriques. Par exemple (pdf de qualité moyenne) :

Lehrer, R. (2003). Developing understanding of measurement. Dans J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (dir.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 179-191). NCTM. http://geometryandmeasurement.pbworks.com/f/measurementarticle.pdf

• Un traité d'arithmétique du 18e ou 19e siècle

Premiers chapitres : notions préliminaires, nombres entiers / décimaux, 4 opérations, fractions, 4 opérations sur les fractions). Par exemple, dans le traité de Bézout ou dans les notes de Reynaud sur l'arithmétique de Bézout (le traité et les notes – vues 170/385 à 335/385 pour ces dernières – sont mis bout à bout) :

Bezout, E. & Reynaud A. A. L. (1821). *Traité d'arithmétique à l'usage de la marine et de l'artillerie*, par Bezout ; avec des notes et des tables de logarithmes, par A. A. L. Reynaud. https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k201342q.r=reynaud%20bezout?rk=21459;2

• Une définition mathématique des grandeurs

Rouche, N. (1995) Qu'est-ce qu'une grandeur ? Analyse d'un seuil épistémologique. *Repères IREM*, *15*, 25-36. http://www.univ-irem.fr/exemple/reperes/articles/15_article_99.pdf

• Sur les évolutions curriculaires liées aux grandeurs en primaire

Chambris, C. (2007) Petite histoire des rapports entre grandeurs et numérique dans les programmes de l'école primaire. *Repères IREM*, *69*, 5-31. http://www.univ-irem.fr/exemple/reperes/articles/69_article_471.pdf