



LES SEMINAIRES

Ce dispositif permet aux participants de présenter leurs travaux de recherche en cours. Ils ne sont pas forcément en lien avec les thèmes de l'école. Chaque présentation de séminaire sera organisée sur le modèle suivant : un temps d'exposé de 25 minutes, suivi d'un temps d'échange de 20 minutes. Les séances de séminaires figurant dans le planning de l'école d'été durent 1h30, deux séminaires seront présentés par séance.

SALLE	LUNDI, 10H45 – 12H15		JEUDI, 14H – 15H30		VENDREDI, 14H – 15H30	
Tracolet	Jean-François Nolet, Ridha Najar Difficultés d'apprentissage de la notion de fonction au secondaire au Québec	Monteiro Da Silva Burigato Sonia Maria, Magalhães de Freitas José Luiz, Ouvrier-Buffet Cécile Une étude du processus de conceptualisation de la limite de fonction : l'élève dans l'action devant la situation	Constantin Céline Etude exploratoire d'un objet de savoir transparent : la substitution	Matheron Yves Faire vivre des Parcours d'Etude et de Recherche au cycle 4 : bilan d'une expérimentation	Da Ronch Mickael Activité mathématique : conditions et contraintes de viabilité en contexte d'exposition	Guille-Biel Winder Claire, Gobert Julie, Assude Teresa, Million-Fauré Karine, Mastafi Mohammed Le dispositif « devoirs faits » dans un collège en REP+ : structure, fonctions et effet
Thorénas	Allard Cécile, Mangiante Christine, Masselot Pascale, Roditi Eric, Tempier Frédéric Une enquête à grande échelle sur les pratiques enseignantes en mathématiques en classe de CM2	Grugeon-Allys Brigitte, Horoks Julie, Pilet Julia, Coppé Sylvie, De Simone Marina PRAESCO : méthodologie et premiers résultats pour une analyse à grande échelle de pratiques enseignantes liées à l'enseignement d'un contenu mathématique spécifique.	Crisci Rosamaria Praxéologies didactiques pour l'émergence et l'institutionnalisation de connaissances mathématiques dans un logiciel de programmation à l'école primaire	Rinaldi Anne-Marie Démarches et difficultés des élèves en lien avec la réécriture de calcul soustractif	Kaspary Danielly Regina Les changements curriculaires, un enjeu de la noosphère. L'assujettissement et la liberté institutionnelle dans un système d'évaluation de manuels.	Otero Maria Rita, Donvito Angel Transformations dans le curriculum des mathématiques dans l'éducation secondaire des adultes en Argentine
Les Olivets	Jolivet Sébastien Modèle de description didactique d'exercices de mathématiques	Choquet Christine Complémentarité de deux cadres théoriques dans l'analyse de l'activité mathématique des élèves	Guille-Biel Winder Claire, Petitfour Edith Analyse de l'initiation au processus d'instrumentation dans des manuels utilisant le numérique. Le cas de l'enseignement des relations de perpendicularité et de parallélisme au CM1.	Athias Francine Voir une droite, grâce à l'usage de la règle et de la géométrie dynamique en CM2	Derouet Charlotte Choix et attentes des enseignants de mathématiques concernant les ressources pour préparer leurs enseignements	Crozet Marie-Caroline, Gardes Marie-Line Impact de la pédagogie Montessori sur la construction du nombre à l'école maternelle : approches cognitive et didactique
L'Olette	Bittar Marilena La politique d'évaluation de manuels au Brésil et son influence sur le curriculum réel	Gandit Michèle Une ingénierie de formation sur l'apprentissage de la preuve : apport de l'évaluation formative	Donvito Angel, Otero Maria Rita Quelles mathématiques pour l'éducation secondaire des adultes en Argentine ? Le point de vue des étudiants	Batteau Valérie Une étude des pratiques enseignantes dans le contexte d'écoles primaires japonaises lors de phase de neriage	Mejani Farida Une analyse micro-didactique d'un dispositif pédagogique : le travail de groupe lors d'une activité d'étude et de recherche	Grau Sylvie Entre problème construit par l'élève et problème théorique : distance et/ou malentendu

RESUME DES SEMINAIRES (PAR ORDRE ALPHABETIQUE DES AUTEURS)

Une enquête à grande échelle sur les pratiques enseignantes en mathématiques en classe de CM2	4
Cécile ALLARD (LDAR), Christine MANGIANTE (LML), Pascale MASSELOT (LDAR), Eric RODITI (EDA), Frederick TEMPIER (LDAR)	
Voir une droite, grâce à l'usage de la règle et de la géométrie dynamique en CM2	5
Francine ATHIAS (ESPE Franche-Comté)	
Une étude des pratiques enseignantes dans le contexte d'écoles primaires japonaises lors de phase de <i>neriage</i>	6
Valérie BATTEAU (University of Education – Joetsu – Japon & HEP Vaud Suisse)	
La politique d'évaluation de manuels au Brésil et son influence sur le curriculum réel.....	7
Marilena BITTAR (Universidade Federal de Mato Grosso do Sul/Brasil)	
Complémentarité de deux cadres théoriques dans l'analyse de l'activité mathématique des élèves	8
Christine CHOQUET (CREN, Université de Nantes)	
Etude exploratoire d'un objet de savoir transparent : la substitution	9
Céline Constantin (FdE – ESPE, Université de Montpellier)	
Praxéologies didactiques pour l'émergence et l'institutionnalisation de connaissances mathématiques dans un logiciel de programmation à l'école primaire.....	10
Rosamaria CRISCI (Université Grenoble Alpes, LIG, équipe METAH)	
Impact de la pédagogie Montessori sur la construction du nombre à l'école maternelle : approches cognitive et didactique	11
Marie-Caroline CROSET, Marie-Line GARDES (Institut des Sciences Cognitives, UMR 5304, CNRS et Université de Lyon)	
Activité mathématique : conditions et contraintes de viabilité dans la culture scientifique française et internationale	12
Mickaël DA RONCH (Institut Fourier, Université Grenoble Alpes)	
Choix et attentes des enseignants de mathématiques concernant les ressources pour préparer leurs enseignements.....	13
Charlotte DEROUET (LISEC équipe AP2E, ESPE de Strasbourg, Université de Strasbourg)	
Quelles mathématiques pour l'éducation secondaire des adultes en Argentine ? Le point de vue des étudiants	14
Angel DONVITO, María Rita OTERO (Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT), Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN). Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET))	
Formation sur la preuve : apport de l'évaluation formative	15
Michèle GANDIT (Institut Fourier, IREM de Grenoble, ESPE, Maths à Modeler)	
Entre problème construit par l'élève et problème théorique : distance et/ou malentendu	16
Sylvie GRAU (ESPE CREN Université de Nantes)	

Analyse de l'initiation au processus d'instrumentation dans des manuels utilisant le numérique – Le cas de l'enseignement des relations de perpendicularité et parallélisme en CM1.....	17
Claire GUILLE-BIEL WINDER (ADEF, Aix-Marseille Université), Édith PETITFOUR (LDAR (EA 4434) UA UCP UPD UPEC URN)	
Le dispositif « devoirs faits » dans un collège REP+ : Structure, fonctions et effets	18
Claire GUILLE-BIEL WINDER, Julie GOBERT, Teresa ASSUDE, Karine MILLON-FAURE, Mohammed MASTAFI (ADEF, Aix-Marseille Université)	
PRAESCO : méthodologie et premiers résultats pour une analyse à grande échelle de pratiques enseignantes liées à l'enseignement d'un contenu mathématique spécifique.	19
Brigitte GRUGEON-ALLYS Julie HOROKS, Julia PILET (Université Paris-Est Créteil), Sylvie COPPE, Marina DE SIMONE (Université de Genève)	
Modèle de description didactique d'exercices de mathématiques	20
Sébastien JOLIVET (LIG, équipe MeTAH)	
Les changements curriculaires, un enjeu de la noosphère. L'assujettissement et la liberté institutionnelle dans un système d'évaluation de manuels.	21
Danielly KASPARY (Université Fédérale du Mato Grosso do Sul et Université Grenoble Alpes)	
Faire vivre des Parcours d'Etude et de Recherche au cycle 4 : bilan d'une expérimentation	22
Yves MATHERON (Institut de Mathématiques de Marseille, UMR 7373 et Institut Français de l'Education – ENS de Lyon)	
Une analyse micro-didactique d'un dispositif pédagogique : le travail de groupe lors d'une activité d'étude et de recherche	23
Farida MEJANI (I2M)	
Une étude du processus de conceptualisation de la limite de fonction.....	24
Sonia Maria Monteiro da Silva Burigato (Universidade Federal de Mato Grosso do Sul/INMA Brésil), José Luiz Magalhães de Freitas (PPGEduMat UFMS/Brésil), Cécile Ouvrier-Buffet (Université Paris-Est Créteil et Laboratoire de Didactique André Revuz)	
Difficultés d'apprentissage de la notion de fonction au secondaire au Québec.....	25
Jean-François Nolet, Ridha Najar, (Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue)	
Transformations dans le curriculum des mathématiques dans l'éducation secondaire des adultes en Argentine.....	26
María Rita OTERO, Angel DONVITO (Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT), Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN). Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET))	
Habiletés calculatoires : les enjeux de la réécriture de calculs soustractifs en CE2	27
Anne-Marie RINALDI (Université Paul Valéry Montpellier)	

Une enquête à grande échelle sur les pratiques enseignantes en mathématiques en classe de CM2

Cécile ALLARD (LDAR), Christine MANGIANTE (LML),
Pascale MASSELOT (LDAR), Eric RODITI (EDA), Frederick TEMPIER (LDAR)

Le séminaire proposé porte sur la construction d'une enquête par questionnaire à grande échelle auprès de professeurs de CM2 visant à décrire leur pratique d'enseignement des mathématiques, de manière générale d'une part, et relativement à des contenus précis d'autre part. La conception des pratiques enseignantes sur laquelle repose cette recherche conduit à considérer le travail en classe, mais également le travail effectué en amont et en aval, individuellement ou collectivement. Elle suppose que les pratiques dépendent de caractéristiques personnelles des enseignants comme des contextes dans lesquels ils exercent. Cela a conduit les chercheurs à adopter le cadre de la double approche didactique et ergonomique des pratiques enseignantes (Robert & Rogalski, 2002) et à s'appuyer sur des résultats de recherches qualitatives (Allard, 2017 ; Mangiante, 2008 ; Peltier-Barbier, 2004 ; Roditi, 2014 ; Celi, Masselot & Tempier, 2018).

Différents aspects de l'élaboration du questionnaire seront présentés et discutés : le choix de ce qui est interrogé des pratiques des enseignants, le choix des contenus mathématiques abordés ; la forme de questionnement adoptée ; les révisions du questionnaire en fonction des résultats obtenus après passation auprès de petits échantillons pour parvenir à une première version puis à la version finale après passation de la première version auprès d'un grand échantillon (1 200 enseignants). En ce qui concerne le choix des questions, nous indiquerons à la fois les classifications thématiques effectuées et les hypothèses majeures que nous souhaitons documenter quant aux pratiques. Pour la forme des questions, nous préciserons d'une part comment nous avons tenté de limiter au mieux des effets de désirabilité sociale en lien avec les doxas éducatives, de faire que les enquêtés perçoivent que les chercheurs prennent leur travail au sérieux pour qu'ils répondent avec précision, mais aussi de permettre que les questions soient nombreuses sans que la durée de passation ne soit excessive, ce qui nuirait à la qualité des réponses. Le cas des questions didactiques sera particulièrement approfondi : tâches proposées aux élèves pour l'apprentissage comme pour l'évaluation ; aides apportées, tant quant à leur nature qu'à leurs destinataires ; traces écrites élaborées en classe ; instruments utilisés pour la résolution des tâches mathématiques ; etc. Des informations seront également apportées quant aux transformations successives du questionnaire qui ont permis d'en obtenir la version finalisée proposée finalement à près de 1 900 enseignants. Une perspective sur les méthodes envisagées pour exploiter les résultats obtenus conclura cette présentation.

Mots clés : pratiques- évaluation-étude quantitative

Références

- Allard, C. Butlen, D. et Masselot (2017) Dispositif d'accompagnement en mathématiques des enseignants d'un réseau rep+ : présentation et première analyse, Actes du 44ème colloque Copirelem.
- Celi, V., Masselot, P., Tempier, F. (2018). L'évaluation en mathématiques des professeurs des écoles débutants : quelles alternatives face aux contraintes de la formation ? In M. Abboud. Actes EMF 2018.
- Mangiante-Orsola, C. (2008). Un exemple d'utilisation d'un document pédagogique par une enseignante débutante : mise en évidence et interprétation des modifications apportées au projet initial. *Grand N*, 81, 77-109.
- Peltier-Barbier, M. (dir). (2004). *Dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble, France : La Pensée Sauvage.
- Robert, A. & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2(4), 505-528.
- Roditi, E. (2014). L'évolution de la pratique enseignante de Benoît en mathématiques. Entre rupture et continuité. In P. Chaussecourte (Ed.). *Enseigner à l'école primaire. Dix années avec un professeur des écoles*. (pp. 25-68). Paris : L'Harmattan.

Voir une droite, grâce à l'usage de la règle et de la géométrie dynamique en CM2

Francine ATHIAS
(ESPE Franche-Comté)

À l'école primaire, les professeurs introduisent progressivement différents instruments matériels. La règle non graduée, l'équerre et le compas permettent ainsi d'« outiller » la perception. Ils conduisent les élèves à établir un lien entre la perception et les relations géométriques. Par exemple, la règle non graduée est l'outil qui permet de traduire une relation d'alignement. C'est ce que nous allons appeler un usage géométrique de la règle non graduée. Or rapidement, dans les classes, les élèves n'utilisent plus l'artefact matériel à cette seule tâche. Des chercheurs se sont emparés du problème, en définissant la figure matérielle (Celi & Perrin-Glorian, 2014). D'autres ont mis à contribution la géométrie dynamique en établissant une juste distance entre l'ancien et le nouveau (Assude & Gelis, 2002).

En appui sur ces différents travaux, nous avons mené nos recherches autour de l'introduction d'un logiciel de géométrie (Tracenpoche ou GeoGebra) à l'école primaire. Les premiers résultats ont porté sur l'ingéniosité des professeurs. Ces derniers s'avèrent capables de produire de nouveaux usages, non anticipés par la recherche (Athias, 2019). Sachant l'impact que la pratique réelle peut apporter à la conception des situations, nous nous inscrivons maintenant dans un paradigme d'ingénierie coopérative (Sensevy, 2015), où les situations sont expérimentées, discutées et réécrites dans des collectifs de professeurs et de chercheurs, dans un processus itératif conduisant à leur mise au point et à leur amélioration. Nous proposons de traiter les questions suivantes : Quels sont les effets produits sur l'action du professeur et des élèves par l'usage conjoint d'artefacts, matériel et informatique, par exemple une règle non graduée, et le bouton « droite » d'un logiciel ? Comment les échanges dans le collectif permettent-ils de rendre explicite la figure matérielle ? Ces questions seront traitées à partir d'une situation de définition d'une droite, avec l'usage de la règle et du logiciel de géométrie dynamique GeoGebra dans une classe de CM2. Les séances du collectif de professeurs et de chercheur, ainsi que les séances de classe ont été filmées et transcrites. Nous présenterons d'abord la situation telle qu'elle a été discutée et produite collectivement par les professeurs et les chercheurs. Puis nous analyserons les actions du professeur et des élèves, en appui sur la double dialectique contrat-milieu et expression-réticence (CDpE, 2019). Les résultats escomptés portent sur une meilleure compréhension du déroulement de l'action dans le système professeur-élèves, ainsi qu'une densification du concept de figure matérielle.

Mots clés : ingénierie coopérative ; figure matérielle ; géométrie dynamique ; dialectique contrat didactique-milieu didactique.

Références

Assude, T. et Gelis, J-M. (2002). La dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de Cabri-géomètre à l'école primaire. *Educational Studies in Mathematic*, 50, 259-287.

Athias, F. (2019). Un exemple d'usage de la de la géométrie dynamique. *Grand N*, 103, 57-70.

Celi, V. et Perrin-Glorian, M.-J. (2014). Articulation entre langage et traitement des figures dans la résolution d'un problème de construction géométrique. *Spirale*, n°52, 151-174.

Collectif Didactique Pour Enseigner, CDpE (2019). *Didactique pour enseigner*. Presses Universitaires de Rennes.

Sensevy, G. (2015). Le collectif en didactique : quelques remarques. Dans Y. Matheron, G. Gueudet, V. Celi, C. Derouet, D. Forest, M. Krysinska, S. Quilio, M. Rogalski, T. Angels Sierra, L. Trouche, C. Winslow et S. Besnier (Eds), *Enjeux et débats en didactique des mathématiques*, XVIII école d'été de didactique des mathématiques, Brest, 223-253.

Une étude des pratiques enseignantes dans le contexte d'écoles primaires japonaises lors de phase de *neriage*

Valérie BATTEAU

(University of Education – Joetsu – Japon & HEP Vaud Suisse)

L'enseignement des mathématiques à l'école primaire au Japon est marqué par plusieurs spécificités : l'approche d'enseignement est par résolution de problème et en particulier dans une approche par problème ouvert, le principal objectif des programmes en mathématiques est de développer les *mathematical thinking* des élèves et les *lesson study* sont présentes dans tout le système éducatif (Baba, Ueda, Ninomiya & Hino, 2018). Dans cette approche, les leçons de mathématiques sont généralement structurées en phases : présentation du problème (suivi éventuellement de l'estimation, la prédiction ou la planification des solutions), recherche des solutions, discussion collective des solutions (*neriage*), résumé de la leçon (suivi éventuellement du développement ou extension du problème).

Cette recherche se focalise sur les pratiques enseignantes lors de la phase du *neriage*. Cette phase représente en effet le cœur de la leçon pour les enseignants japonais (Takahashi, 2008) et implique la réussite ou non de la leçon (Shimizu, 1999). Dans le contexte francophone, la gestion collective avec hiérarchisation des procédures des élèves, menant ensuite à une institutionnalisation, constitue une activité difficile pour les enseignants et peu observée notamment en éducation prioritaire (Charles-Pézard, Butlen & Masselot, 2012).

Dans le cadre de la double approche didactique et ergonomique (Robert & Rogalski, 2002), nous nous intéressons à la question : quelles sont les contraintes et les conditions pour organiser une phase de *neriage* ?

La méthodologie est une étude des composantes des pratiques spécifiquement lors des phases de *neriage*. Le corpus comprend trois leçons de recherche (en *lesson study*) pour trois enseignants et une leçon ordinaire pour un quatrième enseignant, qui se déroulent dans trois types d'écoles primaires différentes. Les leçons portent sur la mesure d'un couloir (CE2) et sur des problèmes ouverts d'arithmétique (CP), de multiplication (CE1) et de géométrie dans l'espace (CE2). Nous relevons ce qui est générique dans les composantes des pratiques pour dégager les conditions et contraintes pour organiser ces phases de *neriage*. Les données sont constituées des vidéos des leçons et séances collectives, des tableaux noirs, des plans de leçon et des rapports de leçon.

Cette recherche en cours a mis en évidence que le choix des problèmes (problèmes ouverts ou activité de mesurage dans le méso-espace) n'est pas une condition nécessaire pour la mise en œuvre de *neriage*. La comparaison des différentes procédures des élèves et un guidage spécifique de l'enseignant sont des caractéristiques génériques de la composante médiative des pratiques.

Mots clés : pratiques enseignantes, résolution de problème, *neriage*

Références

- Baba, T., Ueda, A., Ninomiya, H. & Hino, K. (2018). Mathematics Education Lesson Study in Japan from Historical, Community, Institutional and Development Assistance Perspectives. In M. Quaresma, C. Winsløw, S. Clivaz, J. da Ponte, A. Ní Shúilleabháin, & A. Takahashi (Eds.), *Mathematics Lesson Study Around the World* (pp. 23-45): ICME-13 Monographs. Springer.
- Charles-Pézard, M., Butlen, D. & Masselot, P. (2012). *Professeurs des écoles débutants en ZEP. Quelles pratiques? Quelle formation?* Grenoble: La pensée sauvage.
- Robert, A. & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2(4), 505–528.
- Shimizu, Y. (1999). Aspects of mathematical teacher education in Japan: Focusing on the teachers' roles. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2, 107-116.
- Takahashi, A. (2008). Beyond Show and Tell: Neriage for Teaching through Problem-Solving - Ideas from Japanese Problem-Solving Approaches for Teaching Mathematics -. Paper presented at the ICME 11, Topic Study Group 19: Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education, Monterrey, Mexico.

La politique d'évaluation de manuels au Brésil et son influence sur le curriculum réel

Marilena BITTAR (Universidade Federal de Mato Grosso do Sul/Brasil)

En 1929, le ministère de l'Éducation a créé l'Institut national des manuels scolaires, dans le but de légiférer sur les politiques relatives aux manuels. Depuis lors, plusieurs modifications ont eu lieu, qui ont abouti à la création du Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), qui a réalisé en 1996 la première évaluation pédagogique des œuvres destinées à l'école primaire. Par la suite, ce système d'évaluation a été élargi et, en 2002, il a atteint tout l'enseignement obligatoire. Le but de cette évaluation est de fournir des manuels scolaires sans erreurs conceptuelles ni préjugés. À cette fin, le ministère lance chaque année un appel à candidatures pour que les éditeurs lui soumettent des manuels pour l'évaluation et l'achat d'œuvres approuvées. L'évaluation pédagogique est coordonnée par une université, également choisie par le biais d'un appel public. Il s'agit d'un long processus au cours duquel chaque collection est examinée en double aveugle par deux spécialistes de l'équipe composée par l'université responsable de l'évaluation. À partir des rapports des évaluateurs, la coordination de l'équipe produit le Guide didactique de manuels à mettre à la disposition des enseignants afin d'aider le choix des manuels à acquérir. Ce guide contient, entre autres, les critiques de chaque collection approuvée et le formulaire d'évaluation utilisé par les examinateurs. Le processus d'évaluation est cyclique : tous les trois ans, les manuels de l'un des trois niveaux de l'éducation obligatoire – école primaire, collège et lycée – sont évalués. Entre 1996 et 2017, plus de 250 professionnels de différentes régions du Brésil ont participé au PNLD, ce qui a favorisé l'instauration d'une culture de l'évaluation du matériel pédagogique dans l'ensemble du pays. Le PNLD a une influence directe sur ce qui est publié dans un manuel, lequel impact à son tour, de manière très proche, le curriculum réel, celui enseigné en classe. À partir de quelques exemples, ce séminaire présentera une analyse didactique de l'influence du PNLD sur le curriculum de l'enseignement obligatoire dans son ensemble et, en particulier, sur les mathématiques. « 20 years of assessments slowly improved the quality of mathematics textbooks. Of course, they are not perfect, and good textbooks alone do not ensure good teaching and learning ». (Carvalho, 2018, p. 783). Il montrera les répercussions du PNLD non seulement sur les praxéologies mathématiques et didactiques, mais aussi sur les conceptions de citoyenneté et du monde.

Mots clés : évaluation ; manuels ; curriculum ; enseignement obligatoire

Références

Carvalho, J. B. P. F. (2018) The Brazilian mathematics textbook assessments. ZDM, v. 50, p. 773-785.

Zúñiga, N. O. C. (2007). Uma análise das repercussões do Programa Nacional do Livro Didático no livro didático de matemática. Belo Horizonte: Tese de doutoramento. Universidade Federal de Minas Gerais.

Complémentarité de deux cadres théoriques dans l'analyse de l'activité mathématique des élèves

Christine CHOQUET
(CREN, Université de Nantes)

Cette communication a pour objet une analyse de l'activité mathématique des élèves mobilisant deux cadres théoriques qui nous semblent complémentaires : la double approche didactique et ergonomique (Robert & Rogalski 2002) et l'apprentissage par problématisation (Fabre 1999 ; Orange 2012). Le premier cadre est centré sur l'étude de la pratique enseignante tout en tenant compte des activités potentiels et effectives des élèves. Le deuxième, issu de la didactique des sciences de la vie et de la terre, nous permet de préciser de manière plus fine l'activité effective des élèves en s'intéressant notamment à leurs processus de raisonnements. Nous présentons à la communauté une méthodologie d'analyse des productions écrites et orales d'élèves lors de la recherche/résolution d'un problème de cycle 3 (inspiré de l'énoncé Golf -Ermel CM2) et d'un problème proposé en cycle 4 (Raisonnement avec les angles). Celle-ci s'appuie sur des éléments issus des deux cadres théoriques pouvant sembler quelque peu distincts.

Dans notre étude, il s'agit de reconstruire et comprendre l'activité effective des élèves, en repérant les adaptations des connaissances des élèves, en étudiant les activités potentielles en termes d'activités a minima et a maxima (Robert 2008) et en élaborant des espaces de contraintes (Orange 2012). Dans les espaces de contraintes, une articulation entre trois registres s'opère : « le registre empirique, correspondant au monde des observations et des expériences ; le registre des modèles décrit comme le monde des idées explicatives imaginées et enfin le registre explicatif qui structure les explications des élèves ». Afin d'aider les participants à la compréhension du fonctionnement de ces différents éléments, nous précisons comment s'organise l'articulation des trois registres de l'activité des élèves en lien avec les savoirs mathématiques qu'ils maîtrisent.

Cette méthodologie d'analyse et ses résultats dans le cas de plusieurs problèmes ont, par ailleurs, été étudiés en formation initiale (Master MEEF). Il en ressort que les étudiants réussissent à faire fonctionner les outils théoriques mais en restent à des considérations « de surface » dans la compréhension des activités effectives des élèves, ce qui contribue également à interroger la manière d'organiser la formation à et par la recherche afin qu'elle soit porteuse de sens pour les futurs enseignants.

Mots clés : Activité mathématique des élèves ; résolution de problèmes ; double approche ; problématisation

Références

- CHOQUET, C. (2017) Profils de professeurs des écoles proposant des problèmes ouverts en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, La Pensée Sauvage, 36 (1), pp.11-47.
- FABRE, M. (1999) *Situations-problèmes et savoir scolaire*. Paris : PUF.
- ORANGE, C. (2012) *Enseigner les sciences. Problèmes, débats et savoirs scientifiques en classe*. De Boeck.
- ROBERT, A. & ROGALSKI, J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, vol. 2(4), 505-528.
- ROBERT, A. (2008) Sur les apprentissages des élèves : une problématique inscrite dans les théories de l'activité et du développement. In Vandebrouck, F. (Dir.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Octarès édition.

Etude exploratoire d'un objet de savoir transparent : la substitution

Céline Constantin
(FdE – ESPE, Université de Montpellier)

Prenant appui sur les outils de l'analyse épistémographique (Drouhard, 2013), cette présentation propose d'interroger le rôle et la place de savoirs de nature sémio-linguistique dans l'enseignement de l'algèbre élémentaire au collège, et leur relation avec les savoirs notionnels (ou à strictement parler mathématiques) en particulier pour le calcul algébrique dans le cas de la substitution. A partir d'analyses de manuels et de discours enseignants, nous cherchons à déterminer dans quelle mesure la substitution peut exister dans les savoirs à enseigner ou enseignés autour du calcul algébrique, et à identifier des difficultés auxquelles peuvent être confrontés les élèves face aux généralisations qui s'opèrent implicitement, et de façon précoce, dans les manipulations des écritures (Constantin, 2017). Les substitutions concernent non seulement des remplacements par des valeurs numériques, mais aussi par des monômes ou des sommes lorsqu'il s'agit de développer ou de factoriser une expression en référence à « $k(a+b)=ka+kb$ ». Tandis que k , a et b sont introduits comme des écritures générales de nombres, le remplacement de k par $4x$ ou $3x + 8$ questionne l'interprétation de ces expressions comme des écritures de nombres et plus généralement la transparence du lien entre la construction de la propriété de distributivité en appui sur les systèmes de nombres, son ou ses formalismes algébriques et leurs usages. Dès lors, la présentation interroge les potentialités ainsi que les conditions ou les contraintes de l'introduction de la substitution dans l'enseignement comme objet de savoir dans la dimension sémio-linguistique pour éclairer les techniques du calcul algébrique d'une part, et d'autre part, pour fonder un discours à même de soutenir les adaptations de ces techniques en lien avec leurs domaines de validité et d'efficacité. En appui sur les travaux de Serfati (2005), la réflexion épistémologique et didactique menée est complétée par des analyses de productions d'élèves issues d'une expérimentation conduite dans une classe de 4e. Les résultats de ces analyses amènent de plus à faire l'hypothèse d'un rôle possible de la substitution au moment de l'interprétation de sous-expressions dans des situations de modélisation algébrique.

Mots clés : Substitution, calcul algébrique.

Références

Constantin C. (2017) Unifier, formaliser, généraliser : une alternative pour l'enseignement du calcul algébrique au collège ?, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 37(1), 53-9. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Drouhard J.-Ph. (2013), El análisis epistemográfico : un análisis multidimensional de los saberes para la didáctica de la matemática. Comunicación en las XXIV Jornadas de Epistemología e Historia de la Ciencia, La Falda, Cordoba. Area Lógico-Epistemológica de la Escuela de Filosofía y Centro de Investigaciones de la Facultad de Filosofía y Humanidades de la Universidad Nacional de Córdoba.

Serfati M. (2005), *La révolution symbolique, la constitution de l'écriture symbolique mathématique*. Editions PETRA.

Praxéologies didactiques pour l'émergence et l'institutionnalisation de connaissances mathématiques dans un logiciel de programmation à l'école primaire

Rosamaria CRISCI
(Université Grenoble Alpes, LIG, équipe METAH)

Dans le cadre d'une thèse en cours, qui s'inscrit au sein du projet EXPIRE (<http://expire.imag.fr>), nous avons élaboré une séquence didactique pour les classes du cycle 3 de l'école primaire visant à l'apprentissage du sens et de l'écriture de la division euclidienne. Cette séquence prend en charge une initiation à l'algorithmique et à la programmation, pas en tant qu'objets d'enseignement, mais en tant que vecteurs pour l'apprentissage des mathématiques (Chaachoua et al., 2018). Pour la modélisation de cette séquence, nous nous sommes placés dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1998) et, plus précisément, de T4TEL (Chaachoua, 2018). Les techniques qui permettent d'accomplir les différents types de tâches de la séquence envisagent la construction d'un programme dans Scratch ; les techniques peuvent mobiliser des connaissances mathématiques relatives à la notion de division euclidienne qui ne sont pas visibles au niveau de la trace du programme produit. Dans ce contexte, il relève de la responsabilité de l'enseignant de faire émerger les connaissances mathématiques, qui sont en arrière-plan par rapport aux programmes Scratch attendus (et leurs effets), et les institutionnaliser. Cette perspective nous questionne sur les praxéologies didactiques nécessaires pour transposer les savoirs d'un registre ostensif vers un autre. Dans cette communication, nous présentons des éléments de praxéologies didactiques étudiées a priori, ainsi que les premiers résultats issus de l'analyse de l'observation de quelques enseignants ayant réalisé la séquence dans leur classe cette année.

Mots clés praxéologies : didactiques ; programmation ; école primaire ; division euclidienne

Références

- CHAACHOUA H. (2018) Un cadre de référence pour la formalisation et l'extension du modèle praxéologique. In 6e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique. Autrans. Janvier 2018.
- CHAACHOUA H., TCHOUNIKINE P., CRISCI R. (2018) L'algorithmique et la programmation pour la construction du sens de la division euclidienne. EMF2018, Oct 2018, Paris.
- CHEVALLARD Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique de mathématiques*, 19(2), 221-265.

Impact de la pédagogie Montessori sur la construction du nombre à l'école maternelle : approches cognitive et didactique

Marie-Caroline CROSET, Marie-Line GARDES
(Institut des Sciences Cognitives, UMR 5304, CNRS et Université de Lyon)

Actuellement en France, l'intérêt pour les pédagogies alternatives et en particulier pour la pédagogie Montessori ne cesse de se développer. En témoignent des rééditions ou traductions des ouvrages de Maria Montessori ou des publications d'enseignants (Poussin, 2017 ; Morin, 2017). Certains de ces auteurs avancent l'argument des mauvais résultats aux études internationales pour justifier ce regain d'intérêt, en particulier par les enseignants. Du côté de la recherche, peu d'études se sont intéressées aux effets de la pédagogie Montessori sur les apprentissages et certains résultats apparaissent contradictoires (pour une revue, voir Denervaud & Gentaz, 2015 ; Marshall, 2017). Dans ce séminaire, nous proposons de présenter les résultats d'une étude menée par notre laboratoire dans une école maternelle pratiquant la pédagogie Montessori dans la moitié de ses classes.

L'objectif de cette étude est de savoir si l'utilisation de la méthode Montessori en école maternelle peut avoir des effets bénéfiques sur l'apprentissage des mathématiques. La méthodologie générale de la recherche consiste en une étude séquentielle, transversale et longitudinale, sur un échantillon randomisé et contrôlé d'enfants scolarisés dans la même école maternelle. Elle est complétée par des analyses didactiques des différentes institutions (Montessori et « conventionnelle »). Ces dernières visent à mieux comprendre ce qui distingue sur le plan didactique ces deux pédagogies (Croset & Gardes, à paraître). L'articulation des approches didactiques et cognitives nous permettent, d'une part de préciser nos hypothèses de recherche, et d'autre part d'apporter des explications aux résultats obtenus.

Après avoir présenté cette recherche, nous exposerons les résultats de nos analyses didactiques, conduites dans le cadre de T4TEL (Chaachoua & Bessot, 2016), visant à comparer les attendus et les pratiques des deux institutions (Montessori et « conventionnelle »). Nous détaillerons ensuite les résultats de l'étude séquentielle, c'est-à-dire l'existence ou non de différences significatives entre les enfants des deux institutions concernant leurs compétences numériques. Nous montrerons enfin en quoi les analyses didactiques éclairent l'interprétation de ces résultats.

Mots clés : Construction du nombre, école maternelle, institution, Montessori, sciences cognitives

Références

- Chaachoua, H., & Bessot, A. (2016). Introduction de la notion de variable dans le modèle praxéologique. Présenté à Actes du 5e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique, Castro-Urdiales, Espagne.
- Croset, M.-C. & Gardes, M.-L. (à paraître). Une comparaison praxéologique pour interroger l'enseignement du nombre dans l'institution Montessori. Recherche en didactique des mathématiques. La pensée sauvage Editions.
- Denervaud, S., & Gentaz, E. (2015). Les effets de la « méthode Montessori » sur le développement psychologique des enfants : une synthèse des recherches scientifiques quantitatives. Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant, 27(139), 593–598.
- Marshall, C. (2017). Montessori education: a review of the evidence base. npj Science of Learning 2(11).
- Morin, M. (2017). La pédagogie Montessori en maternelle. Paris: ESF Sciences Humaines.
- Poussin, C. (2017). La pédagogie Montessori. Paris: Presses Universitaires de France.

Activité mathématique : conditions et contraintes de viabilité dans la culture scientifique française et internationale

Mickaël DA RONCH
(Institut Fourier, Université Grenoble Alpes)

Cette communication s'appuie premièrement sur un travail déjà mené autour d'expositions mathématiques en contexte scolaire (Da Ronch, 2019a, 2019b). L'objectif de cette recherche était de montrer s'il était envisageable de transposer l'activité mathématique du chercheur à des élèves dans le contexte d'une exposition scolaire, ceci en minimisant la présence du médiateur. Ce travail nous a permis d'identifier chez les élèves des actions idoines à l'activité mathématique modulo certaines conditions relatives d'une part, à la nature des problèmes rencontrés et d'autre part, à la posture adoptée par le médiateur lors de l'expérimentation. Les résultats majeurs de notre travail ont permis d'établir que les problèmes en référence à des « casse-têtes » sont peu enclins à favoriser la production d'une activité mathématique. Mais également, que le changement de posture du médiateur a permis l'émergence d'actions chez les élèves. Effectivement, celui-ci a adopté principalement une posture d'observateur excepté, lors de moments critiques, passant d'une posture de retrait dont sa présence est minimisée à une posture médiane de type réacteur favorisant l'interaction élève(s)/médiateur. Ce changement a permis le maintien de l'orientation chez l'élève évitant qu'il s'écarte du but à atteindre lors de phases provoquant un sentiment d'échec et de frustration. Cela a permis d'atténuer la rencontre métacognitive, parfois brutale, entre les connaissances et conceptions intrinsèques que peut avoir l'élève au sujet de la notion d'« impossible » en mathématiques et l'obstacle émergeant d'un conflit cognitif. La genèse de ce conflit provient de ses propres conceptions et de l'observation de la réalité renvoyée par le milieu artefactuel dans lequel l'élève évolue et agit (Brousseau, 1998). Ce travail nous a alors conduit à établir une première caractérisation d'invariants permettant de favoriser l'activité mathématique de l'élève dans le contexte d'une exposition scolaire. Dans un deuxième temps, notre travail vise à élargir ce dispositif dans le cadre d'institutions culturelles. Pour l'heure, une de nos hypothèses est que la plupart de ces institutions laissent très peu, voire aucune place à l'activité mathématique, réduisant alors la démarche de recherche au simple jeu d'essais-erreurs ou tâtonnements. Pour mettre à l'épreuve cette hypothèse, nous développons une méthodologie basée sur une analyse de l'existant à travers notamment l'émergence de différents rapports institutionnels liés à l'objet de savoir de la démarche de recherche (Chevallard, 2003). Une analyse macro-didactique via l'échelle des niveaux de codétermination nous semble alors importante pour évaluer les conditions et contraintes de viabilité de cette démarche in situ (Chevallard, 2010).

Mots clés. Activité mathématique, Dispositif de médiation, Exposition, Rapport institutionnel, Échelle des niveaux de codétermination

Références

- Brousseau, G. (1998). *Théorie des Situations Didactiques*. La pensée sauvage Grenoble.
- Da Ronch, M. (2019a). Un problème de pavage : entre jeu et activité mathématique. *Revue de Mathématiques pour l'école (RMé)*, 231, 46-55.
- Da Ronch, M. (2019b). Fait-on des mathématiques en résolvant des « casse-têtes » ? L'exemple des tours de Hanoï dans un contexte d'exposition. *Petit x*. Article soumis pour publication.
- Chevallard, Y. (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. *Rapport au savoir et didactiques*, 81-104.
- Chevallard, Y. (2010). La didactique, dites-vous ?. *Éducation et didactique*, 4(1), 139-148.

Choix et attentes des enseignants de mathématiques concernant les ressources pour préparer leurs enseignements

Charlotte DEROUET
(LISEC équipe AP2E, ESPE de Strasbourg, Université de Strasbourg)

Dans le cadre du projet de recherche en cours Co@Diff¹, une enquête menée auprès d'environ 500 enseignants de mathématiques de toute la France, exerçant en collège ou lycée, a été menée dans le but de comprendre leurs choix de ressources pour préparer leurs séances de classe mais aussi afin d'identifier leurs représentations d'une « bonne » ressource, notamment dans le cas d'une ressource accessible sur internet (que nous appellerons ressource en ligne).

Nous situons notre recherche dans le cadre de l'approche documentaire du didactique (Gueudet & Trouche, 2010), qui s'appuie sur l'approche instrumentale de Rabardel (1995). L'approche documentaire considère que « le cœur de l'activité du professeur est le travail documentaire, qui consiste à rechercher, associer, concevoir, partager, réviser les ressources de son enseignement » (Gueudet & Trouche, 2011). Une distinction est faite entre ressources, ce qui est disponible pour l'enseignant, et documents, ce qui est construit par l'enseignant, porteur d'une intention didactique (Gueudet & Trouche, 2008).

Dans notre séminaire, nous rendrons compte de premiers résultats liés à l'analyse quantitative des réponses à ce questionnaire en ligne. Nous chercherons à déceler les tendances générales sur les choix des enseignants concernant les ressources sur lesquelles ils s'appuient pour construire leurs documents et sur leurs attentes concernant une ressource, pour identifier leurs représentations d'une « bonne » ressource. Nous discuterons de l'écart ou non entre leurs représentations et la qualité d'une ressource du point de vue de la didactique des mathématiques. A travers certaines questions portant sur leur formation en probabilités et leurs éventuelles difficultés liées à l'enseignement de ce domaine, nous identifierons aussi leurs besoins particuliers dans le domaine des probabilités.

Nous essaierons de mettre en lien nos résultats avec les concepts d'utilité, d'utilisabilité et d'acceptabilité (Tricot *et al.*, 2003) introduits dans le cadre des EIAH et adaptés par Georget (2010) aux ressources d'enseignement en mathématique.

Mots clés : Ressources ; approche documentaire ; enseignement des mathématiques ; probabilités

Références

Gueudet, G., & Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques, *Education et didactique*, 2(3), 7-34.

Gueudet, G., & Trouche, L. (2010). Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. In G. Gueudet & L. Trouche (Eds.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (pp. 57-74). Rennes / Lyon : Presses Universitaires de Rennes et INRP.

Gueudet, G., & Trouche, L. (2011). Ressources en ligne et travail collectif enseignant : accompagner les évolutions de pratique. In Mottier Lopez, L., Martinet, C., & Lussi, V. *Actes du congrès Actualités de la recherche en éducation et en formation (AREF)*, pp. 1-10.

Georget, J-P. (2010). Apport de l'ergonomie des EIAH pour l'analyse et la conception de ressources. In Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation, *Colloque de l'Espace Mathématique Francophone (EMF) 2009 : Enseignement des mathématiques et développement. Enjeux de société et de formation*. Dakar : Université Cheikh Anta Diop.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.

¹ De la conception d'une séquence d'enseignement à sa diffusion auprès des enseignants de mathématiques : Développement d'une ressource en ligne sur l'enseignement des lois à densité en articulation avec le calcul intégral en terminale S. Projet soutenu par le GIS « Education et formation » de l'ESPE de Strasbourg.

Quelles mathématiques pour l'éducation secondaire des adultes en Argentine ? Le point de vue des étudiants

Angel DONVITO, María Rita OTERO

(Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT), Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN). Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET))

En Argentine, selon la loi d'éducation nationale en vigueur à partir de l'année 2006, les études secondaires sont obligatoires, mais environ de 55% des adolescents se retirent de l'enseignement secondaire. Le système d'éducation public essaie d'améliorer la situation au moyen de l'école secondaire des adultes (ESA). Depuis sa création et d'une manière de plus en plus évidente, les transformations curriculaires de l'ESA ne prennent pas en compte le point de vue, les nécessités et les intérêts de ses étudiants en général, et particulièrement dans le cas des mathématiques.

Dans ce travail nous présentons des résultats d'une recherche qui essaye de caractériser les intérêts des étudiants adultes d'assister à l'ESA et ses opinions (doxa) à propos des mathématiques scolaires et son enseignement. Premièrement nous avons réalisé une étude exploratoire à partir de cinq Focus Groupes (FG) avec 29 étudiants de l'ESA (Donvito, Otero et Fanaro, 2017). Sur la base des catégories relevées à partir des FG, nous avons dessiné, testé et administré une enquête nationale à laquelle ont participé 820 étudiants de l'ESA. Les résultats de l'enquête ont été analysés au moyen des techniques statistiques de l'analyse de données qualitatives (Lebart, Morineau et Fenelon, 1985).

Les résultats montrent que les adultes préfèrent étudier des mathématiques utiles, dans le sens de l'utilité formative inhérente (Chevallard, 2017 ; Donvito, 2018 ; Donvito, Otero, 2019) y compris les savoirs réutilisables dans la vie quotidienne et le travail. En ce sens, les élèves insistent sur le calcul mental et les opérations comme la connaissance plus utile. D'autre part, ils considèrent à la résolution de problèmes et la géométrie comme inutiles. Cela pourrait être lié à la manière dont ces connaissances sont enseignées, car les étudiants disent qu'ils doivent appliquer des formules, lesquelles ils ne comprennent pas.

Mots clés : éducation des adultes ; point de vue des étudiants ; praxeologies ; utilité formative inhérente.

Références

- Chevallard, Y. (2017). ¿Por qué enseñar matemáticas en secundaria? Una pregunta vital para los tiempos que se avecinan. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*. 20(1), 159-169.
- Donvito, A.; Otero, M. R. & Fanaro, M. A. (2017). La utilidad de la matemática y su enseñanza en la escuela secundaria de adultos: el punto de vista de los estudiantes. *Perspectiva Educacional*, 53(3), 98-122.
- Donvito, A. (2018). *Análisis macro-didáctico aplicado a la Educación Secundaria de Adultos: Praxeologías matemáticas y utilidad* (Tesis doctoral). UNCPBA, Tandil (Argentina).
- Donvito, A; Otero, M. R. (2019). Utility of mathematical knowledge as a motivating factor in students' learning of Adult Secondary Education. *Educational Journal of the University of Patras UNESCO Chair*, 6 (2). Article in press.
- Lebart, L., Morineau A. et Fenelon, J. P. (1985) *Tratamiento Estadístico de Datos*. Barcelona: Marcombo.

Formation sur la preuve : apport de l'évaluation formative

Michèle GANDIT

(Institut Fourier, IREM de Grenoble, ESPE, Maths à Modeler)

La preuve en mathématiques est difficile à enseigner, du fait de sa nature double de processus, qui relève de l'investigation, et de produit, qui est un texte formalisé. Les enseignants rencontrent des difficultés à enseigner la preuve (Gandit, 2009). Une première hypothèse de travail est que l'apprentissage de la preuve ne s'appréhende pas en commençant par un travail sur l'écriture d'un texte formel, mais bien plutôt dans le contexte d'un enseignement fondé sur l'investigation (Lepareur & al, 2018), qui permet d'entrer dans un processus de preuve. Ceci nous amène à envisager un modèle d'enseignement des mathématiques fondé sur l'investigation des élèves (Gandit, 2015) constitué de critères à considérer du côté de l'enseignant.e, d'une part, de l'élève, d'autre part. Ce modèle permet de décrire la pratique scientifique de l'élève en quatre catégories d'actions : expérimenter, généraliser, communiquer, questionner. Dans ce modèle la preuve est transversale aux trois premières de ces catégories. Une seconde hypothèse de travail est qu'une formation relative à la preuve intègre nécessairement une mise en situation de preuve. Dans l'ingénierie de formation présentée dans le cadre de notre thèse (Gandit, 2009), la preuve est surtout présente en tant qu'outil. Nous nous interrogeons, dans le contexte de la formation des enseignants, sur la pertinence d'accorder une place importante à la preuve en tant qu'objet (Douady, 1986). Pour ce faire, nous considérons une nouvelle ingénierie de formation intégrant le point de vue de l'évaluation, particulièrement de sa fonction formative. Ce changement de point de vue s'est opéré grâce aux travaux de recherche que nous avons menés dans le cadre du projet européen ASSIST-ME (Assess Inquiry in Science, Technology & Mathematics Education) et du LéA EvaCoDICE (Évaluation par compétences dans les démarches d'investigation au collège et à l'école). Nous pensons que, combiné aux analyses didactiques, adopter le point de vue de l'évaluation permet de renouveler certains questionnements didactiques. Par la définition qu'ils en donnent, Black et Wiliam (2009) montrent que l'évaluation formative est une évaluation au service des apprentissages des élèves. Nous transposons cette définition à la formation des enseignants. Dans quelle mesure l'évaluation peut-elle constituer un levier pour permettre aux enseignants d'entrer dans un questionnement didactique relativement à la preuve et à son enseignement ? C'est sur cette question que nous nous interrogerons dans le cadre du séminaire. Notre méthodologie repose sur des analyses de preuves et de progressions scolaires annuelles, de différents niveaux scolaires, aussi bien primaire que secondaire.

Mots clés : Enseignement de mathématiques fondé sur l'investigation (EMI) – Preuve en mathématiques – Ingénierie de formation – Enseignement de la preuve

Références

- Black P., & Wiliam D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(5), 5-31. <https://doi.org/10.1007/s11092-008-9068-5>
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *Recherches en didactique des mathématiques*, 7/2, 5-31.
- Gandit, M. (2009). Il est urgent de repenser l'enseignement de la preuve. In *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone (EMF) 2009, Groupe de Travail n°3 : Rôle et place de l'arithmétique et de la géométrie dans la formation des élèves et des professeurs*. Dakar, 6-10 avril 2009. <http://fastef.ucad.sn/EMF2009/Groupes%20de%20travail/GT3/Gandit.pdf> (cons. 30/05/2019)
- Gandit, M. (2015). L'évaluation au cours de séances d'investigation en mathématiques. *Recherches en éducation*, 25, 67-80, 2015. <https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-02021829> (cons. 04/03/2019)
- Lepareur, C., Gandit, M., Grangeat, M. (2018). Evaluation formative et démarche d'investigation en mathématiques : une étude de cas, *Education et Didactique*, 11-3, 2018. <https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-02021829> (cons. 04/03/2019)

Entre problème construit par l'élève et problème théorique : distance et/ou malentendu

Sylvie GRAU
(ESPE CREN Université de Nantes)

Si la résolution de problèmes prend largement place dans les pratiques ordinaires en classe de mathématiques au premier degré (Coppé & Houdement, 2009) comme au collège, le processus d'institutionnalisation ne semble pas permettre à tous les élèves de construire les savoirs visés (Grau, 2017). Nous avons analysé deux formats de séquences basés sur la théorie des situations et analysé l'activité des élèves. Le cadre de la problématisation (Fabre & Orange, 1997) nous a permis d'analyser la problématisation mise en œuvre par les élèves au cours des séances, c'est-à-dire la manière dont les élèves mettent en tension les données avec les conditions (connaissances, savoir-faire, expériences, représentations, modèles...). Nous avons ainsi pu attester que les élèves construisent des problèmes parfois éloignés du problème théorique qui est au cœur de la situation didactique initialement prévue par l'enseignant. Nous proposons de regarder plus spécifiquement quelques élèves et de comparer leur point de vue sur la situation qui leur est proposée. Nous allons définir quelques éléments de compréhension de la distance entre le problème construit par chaque élève et le problème théorique. Nous verrons que si la didactique peut aider à réduire cet écart considéré comme cible de l'apprentissage, d'autres aspects sont à prendre en compte suivant le monde dans lequel les élèves placent le problème (Tall, 2014) et suivant les registres explicatifs mobilisés. L'écart peut résulter de malentendus socioscolaires (Rayou, 2019) du fait que des élèves éloignés de la culture scolaire peuvent avoir des représentations erronées de ce qui est attendu, d'autant que cet attendu peut être tacite ou implicite. Ne pas prendre en compte ces malentendus peut alors être porteur de discrimination sociale. En prendre conscience, pour le professeur comme pour l'élève, est une première étape. La seconde consiste pour l'enseignant à penser un contrat didactique, des situations et des dispositifs qui permettent à un maximum d'élèves de construire le savoir visé. Nous proposerons quelques conditions qui semblent favorables au développement de la problématisation par les élèves et quelques pistes pour la formation des enseignants pour aller dans le sens d'un enseignement-apprentissage par problématisation.

Mots clés : problématisation ; malentendu ; langage ; registre explicatif

Références

- Coppé, S., & Houdement, C. (2009). Résolution de problèmes à l'école primaire française : perspectives curriculaire et didactique. Colloque de la COPIRELEM, 1 26. Auch: IREM.
- Fabre, M., & Orange, C. (1997). Construction des problèmes et franchissement des obstacles. ASTER, (24), 37 57.
- Grau, S. (2017). Problématisation en mathématiques : le cas de l'apprentissage des fonctions affines. Bretagne Loire, Nantes.
- Rayou, P. (2019, janvier). Malentendus socioscolaires. Présenté à Journée académique maîtrise des langages, académie de Nantes, Angers.
- Tall, D. (2014). Making sense of mathematical reasoning and proof. In Mathematics & Mathematics Education: Searching for Common Ground (p. 223 236). Springer Science & Business Media.

Analyse de l'initiation au processus d'instrumentation dans des manuels utilisant le numérique – Le cas de l'enseignement des relations de perpendicularité et parallélisme en CM1

Claire GUILLE-BIEL WINDER (ADEF, Aix-Marseille Université)

Édith PETITFOUR (LDAR (EA 4434) UA UCP UPD UPEC URN)

L'importance de l'enseignement de la géométrie dans la scolarité obligatoire est soulignée dans les travaux en didactique (Perrin-Glorian et Salin, 2010), notamment par sa double finalité : d'une part donner des moyens de contrôler l'espace dans lequel nous vivons et traiter des problèmes spatiaux, d'autre part favoriser l'apprentissage du raisonnement. Nos travaux ont pour objet l'analyse des propositions d'enseignement de notions géométriques faites dans les manuels scolaires dans le cadre des programmes français d'enseignement à l'école primaire (Guille-Biel Winder et Petitfour, 2018). Puisque le cycle 3 est une période importante du développement des apprentissages géométriques, nous avons choisi de nous intéresser au niveau CM1, première année de ce cycle, et nous avons centré notre étude sur l'enseignement du thème « perpendicularité et parallélisme » en CM1, au moment où ces notions deviennent objet d'étude. Nous étudions la manière dont les manuels visent à fournir un accès à ces savoirs géométriques. Nous portons plus particulièrement notre attention sur les propositions d'utilisation d'artefacts (numériques ou tangibles) par les manuels en vue de l'enseignement de ces relations géométriques. Ainsi, nous nous intéressons aux choix des auteurs de manuels relatifs aux artefacts et types de tâches associés, ainsi qu'à l'initiation au processus d'instrumentation (Rabardel, 1995) proposée. Pour ce faire, nous étudions les modalités de transmission des manières d'utiliser les instruments (schémas, vidéo, langage, etc.) avec des outils d'analyse sémiotique (Houdement et Petitfour, 2018) et des outils d'analyse de l'action instrumentée (Petitfour, 2017). Enfin, nous interrogeons la potentialité des différents artefacts à conduire à des significations mathématiques.

Nos analyses portent sur des manuels qui investissent la complémentarité de l'environnement papier-crayon et de l'environnement numérique (en proposant des animations numériques ou via l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique). Nous avons alors retenu trois manuels : la collection La Méthode Heuristique de Mathématiques (MHM, sur le site methodeheuristique.com) qui se réfère à une « méthode heuristique », tirée de l'expérience du terrain de son auteur et qui renvoie à des ressources produites sur Canopé ; la collection CapMaths (Hatier) qui s'appuie sur la résolution de problèmes comme enjeu et moteur des apprentissages, dans un modèle d'apprentissage socio-constructiviste et qui propose un travail avec un logiciel de géométrie dynamique ; la collection iParcours (Génération 5) qui propose des compléments numériques (manuels et cahiers) aux supports sur papier.

Mots clés : sémiotique ; perpendicularité ; parallélisme ; numérique ; analyse de manuels

Références

- GUILLE-BIEL WINDER, C. & PETITFOUR, E. (2018). L'enseignement des notions de perpendicularité et de parallélisme dans le manuel Méthode de Singapour. *Grand N*, 102, 5-40.
- HOUEMENT, C., & PETITFOUR, E. (2018). L'analyse sémiotique de l'activité mathématique, une nécessité didactique dans le contexte de l'adaptation scolaire. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 23, 9-40.
- PERRIN-GLORIAN, M-J. & SALIN, M-H. (2010). Didactique de la géométrie. Peut-on commencer à faire le point ? Actes du séminaire national de didactique des mathématiques de 2009. IREM Paris, ARDM, Paris, 47-81.
- PETITFOUR, E. (2017). Outils théoriques d'analyse de l'action instrumentée, au service de l'étude de difficultés d'élèves dyspraxiques en géométrie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 37/2-3, 247-288.
- RABARDEL, P. (1995). Les hommes et les technologies. Approche cognitive des instruments contemporains. Paris : Armand Colin.

Le dispositif « devoirs faits » dans un collège REP+ : Structure, fonctions et effets

**Claire GUILLE-BIEL WINDER, Julie GOBERT, Teresa ASSUDE,
Karine MILLON-FAURE, Mohammed MASTAFI (ADEF, Aix-Marseille Université)**

Le dispositif « Devoirs Faits » au collège en France, entré en vigueur en 2017-2018, est destiné à réduire les inégalités d'accès au savoir selon les intentions de l'institution scolaire. Il s'agit d'organiser dans un établissement des moments et des lieux qui permettent aux élèves de faire leur travail personnel en étant accompagnés par des intervenants (professeurs et/ou assistants d'éducation). Les prescriptions institutionnelles indiquent plusieurs finalités à ce type de dispositif : renforcement des acquisitions et entraînement (« devoirs de pratique »), anticipation des acquisitions ultérieurement faites en classe (« devoirs de préparation »), transfert des connaissances dans d'autres situations que celles où cela a été fait (« devoirs de poursuite »), ou encore activité réflexive des élèves (« devoirs de réflexion »). L'institution scolaire précise aussi que ce type de dispositif peut être une occasion pour que les équipes éducatives réfléchissent « collectivement à la question du travail personnel et de la place des devoirs ». Depuis septembre 2018, nous suivons la mise en place de ce type de dispositif dans un collège REP+ de Marseille dans le cadre d'un projet qui associe des chercheurs et des acteurs de terrain.

Nous étudierons ce type de dispositif à partir d'une approche écologique (Chevallard, 2001) en nous intéressant aux questions suivantes : comment les acteurs (à l'intérieur d'une institution, un collège REP+ dans notre cas) mettent en œuvre ce type de dispositif (point de vue structurel) ? Quelles fonctions didactiques assurent-ils (point de vue fonctionnel) ? Quels effets du dispositif observe-t-on ? Cette étude d'écologie didactique sera menée à partir d'un corpus de données constitué actuellement des enregistrements audio de 21 entretiens avec des acteurs (quatre professeurs, la principale-adjointe, quatre assistants d'éducation, douze élèves) et de deux réunions de travail conjoint entre intervenants et chercheurs, ainsi que des enregistrements vidéo de sept observations de séances de devoirs faits filmées.

Les analyses didactiques de ce corpus permettent de mettre en évidence un certain nombre de résultats sur les différentes structures et fonctions des dispositifs mis en œuvre, les manières dont les acteurs articulent (ou pas) le travail fait dans le cadre du dispositif « Devoirs Faits » et dans la classe, les attendus de chaque discipline à propos des devoirs (en comparant la discipline de mathématiques avec d'autres disciplines), ainsi que les postures (au sens de Bucheton) prises par les différents acteurs. Nous présenterons aussi quelques effets du dispositif, notamment l'« effet colibri ».

Mots clés : aide au travail personnel ; écologie didactique ; dispositif didactique ; collège ; posture

Références

- Bucheton, D. et Soulé, Y. (2009). Les gestes professionnels et le jeu des postures des enseignants dans la classe : un multi-agenda de préoccupations enchâssées. Didactiques et éducation. PUR, Rennes.
- Chevallard Y (2001). Organiser l'étude. 1. Structures et fonctions. Dans Dorier J-L, Artaud M, Artigue M, Berthelot R, Floris R (éds). Actes de la 11ème école d'été de Didactique des Mathématiques (pp.3-22). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Félix C., Assude T., Matheron Y., Leroy D., Mercier A. (2007). L'ingéniosité des professeurs, observations du dispositif ATP (Aide au Travail Personnel). Actes du IIe Congrès international sur la Théorie Anthropologique du Didactique, Uzès, 31 octobre - 3 novembre 2007, « Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action », 461-482.
- Kapko S. (2012). Les devoirs à la maison. Mobilisation et désorientation des familles populaires. Paris : PUF.
- Rayou P. (dir) (2009). Faire ses devoirs. Enjeux cognitifs et sociaux d'une pratique ordinaire. Rennes : PUR.

PRAESCO : méthodologie et premiers résultats pour une analyse à grande échelle de pratiques enseignantes liées à l'enseignement d'un contenu mathématique spécifique.

**Brigitte GRUGEON-ALLYS Julie HOROKS, Julia PILET (Université Paris-Est Créteil)
Sylvie COPPE, Marina DE SIMONE (Université de Genève)**

Nous proposons une communication présentant notre travail au sein du projet PRAESCO (PRAtiques Enseignantes Spécifiques au COntenu), travail que nous menons depuis deux ans avec la DEPP (Direction de l'Évaluation, de la Prospective et de la Performance).

Ce projet vise à la conception, la passation et l'analyse d'une enquête à grande échelle sur les pratiques enseignantes, reliées spécifiquement aux contenus mathématiques enseignés. Cette enquête est couplée à l'évaluation CEDRE des élèves.

Dans notre présentation, nous donnerons les grandes lignes du projet, et expliciterons nos outils didactiques pour une analyse quantitative des réponses des enseignants au questionnaire sur leurs pratiques, selon des profils que nous déterminons à priori.

Le questionnaire s'intéresse à la fois aux pratiques liées à la préparation de l'enseignement, mais aussi à sa mise en œuvre en classe, avec une place particulière pour les pratiques d'évaluation, tout en prenant en compte le contexte de travail des enseignants et leur expérience.

Nous aborderons aussi la façon dont les réponses des enseignants seront mises en relation, d'une part avec l'évaluation de leurs élèves sur les contenus concernés, mais aussi, d'autre part, pour un petit nombre d'entre eux, avec leurs pratiques effectives, par le biais d'observations en classe et d'entretiens.

Nous exposerons le cadre théorique et les hypothèses fondant notre démarche de construction du questionnaire pour le 2nd degré (portant sur l'enseignement du calcul littéral en 3ème), reposant sur l'analyse épistémologique des contenus mathématiques, et sur nos résultats de recherche sur les pratiques des enseignants et leurs effets sur les apprentissages des élèves.

Nous donnerons aussi quelques résultats issus de la première passation du questionnaire par environ 1200 enseignants, correspondant à un échantillon national représentatif des enseignants en France métropolitaine.

Pour obtenir plus d'information sur cette enquête sur le lien suivant : <http://pedagogie.ac-limoges.fr/maths/spip.php?article347>

Mots clés : pratiques enseignantes, questionnaire, profils d'enseignant, calcul littéral

Références

BOSCH M. & GASCON J. (2005). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. Dans Mercier A. & Margolinas C. (Dir) *Balises pour la didactique des mathématiques* (pp. 197-122). Grenoble : La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*. 19(2), 221 – 266.

GRUGEON-ALLYS B. (2010) Evolution des pratiques des professeurs débutants de mathématiques pendant les premières années d'exercice, In R. Goigoux, L. Ria et M.C.Toczek-Capelle (eds), *Les parcours de formation des enseignants débutants*, Presses Universitaires Blaise Pascal. ISBN 978-2-84516-401-7.

KIERAN C. (2007) Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. In Frank K. Lester (Eds.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Chapter 16, pp. 707-762.

ROBERT A., ROGALSKI J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *La revue canadienne des sciences, des mathématiques et des technologies*, vol 2.4, 505-528.

Modèle de description didactique d'exercices de mathématiques

Sébastien JOLIVET (LIG, équipe MeTAH)

A l'occasion de ce séminaire nous proposons de présenter un modèle de description didactique de ressources (M2DR) de type « exercice » de mathématiques, ce résultat est issu de notre travail de thèse (Jolivet, 2018). Une des spécificités de ce modèle est de permettre une description de *ce qu'est* la ressource et non pas de *ce à quoi elle sert*. Pour un exercice décrit à l'aide de ce modèle, nous montrerons que l'on peut :

- spécifier les savoirs présents,
- caractériser la manière dont ces savoirs sont mis en jeu,
- interroger l'adéquation de l'exercice à différents curricula (sans que la ressource soit associée de manière préalable à un curriculum spécifique).

Pour cela nous nous plaçons dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (TAD). Plus précisément nous mobilisons l'approche praxéologique (Chevallard, 1999) ; les objets ostensifs et non ostensifs (Bosch & Chevallard, 1999) et les modèles praxéologiques de référence (MPR). Nous utilisons en particulier des MPR, modélisés et structurés à l'aide des générateurs de types de tâches et des variables, tels que définis dans T4TEL (Chaachoua, 2018).

Nous commençons par proposer une modélisation de la *tâche*. Nous mettons alors en relation *tâche* et modèle praxéologique de référence par le moyen de la notion de *type de tâches optimum* que nous introduisons. Ces différents éléments servent de base à la construction du modèle M2DR qui définit trois dimensions pour un exercice. La première est la structure de l'exercice et les tâches présentes ; la seconde les objets ostensifs présents dans l'exercice et, la troisième, les relations entre les différentes tâches.

Nous présenterons dans un deuxième temps des applications et perspectives ouvertes par ce modèle dans le domaine de la didactique des mathématiques et dans le domaine des Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain (EIAH). En particulier, à partir de la description de *ce qu'est* la ressource, grâce au modèle M2DR, nous examinerons *ce à quoi elle peut servir*. Pour cela, nous étudions l'adéquation de l'exercice à une intention didactique (définie à partir d'éléments de praxéologies et de la présence ou non d'étayages) et la caractérisation de sa complexité (travaux de Castela (2008)). Dans le domaine des EIAH nous exploitons la structuration du MPR induite par T4TEL pour en obtenir une version calculable, ceci permet notamment d'utiliser le modèle M2DR dans des perspectives, différentes, d'indexation d'exercices de mathématiques ou de génération d'exercices de mathématiques.

Mots clés : TAD ; Modèle praxéologique de référence ; T4TEL ; description de ressources ; EIAH ; intention didactique

Références

- Bosch, M., & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherche en didactique des mathématiques*, 19(1), 77-124.
- Castela, C. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherche en didactique des mathématiques*, 28(2), 135-182.
- Chaachoua, H. (2018). T4TEL, un cadre de référence didactique pour la conception des EIAH. In J. Pilet & C. Vendeira (Éd.), *Actes du séminaire national de l'ARDM*. Paris.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-265.
- Jolivet, S. (2018). *Modèle de description didactique de ressources d'apprentissage en mathématiques, pour l'indexation et des services EIAH* (Thèse de doctorat, Université Grenoble Alpes). Consulté à l'adresse <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02079412/document>

Les changements curriculaires, un enjeu de la noosphère. L'assujettissement et la liberté institutionnelle dans un système d'évaluation de manuels.

Danielly KASPARY

(Université Fédérale du Mato Grosso do Sul et Université Grenoble Alpes)

Dans toute société, nous trouvons des institutions qui s'occupent à penser et à définir les choix en matière de curriculum. Ces institutions composent l'entité que nous appelons dans la théorie anthropologique du didactique (TAD) par noosphère. Or, les enjeux, le pouvoir et l'influence de chacune de ces institutions sur les mathématiques à enseigner ne sont pas les mêmes, ni les rapports qu'elles ont sur ce qui doit être enseigné ou pas. De plus, dans la noosphère certaines institutions peuvent avoir des influences sur d'autres institutions noosphériques, ce qui peut établir des liens hiérarchiques. Ce scénario se dessine dans chaque société sous une forme particulière.

Dans notre travail de thèse en cours (Kaspary, 2019), pour comprendre et rendre plus visible la complexité de ce qui se passe dans la noosphère, nous nous appuyons sur un certain nombre de notions de la TAD, comme la notion de rapport, assujettissement et liberté institutionnelle. L'objectif de ce séminaire est de présenter notre réflexion sur ce thème.

Notre étude est illustrée, en particulier, par l'analyse du changement curriculaire au Brésil. Dans cette société, comme dans beaucoup d'autres, les manuels sont un important véhicule de l'organisation mathématique dominante. Compte tenu de cela, depuis le milieu des années 90, l'État brésilien a mis en place un dispositif de régulation et d'évaluation de ces matériaux. Cela a eu, évidemment, un impact sur les manuels, mais également a montré les résistances à ces changements.

L'effet de des évaluations des manuels est l'objet central de notre analyse. Pour cela, nous faisons un parage sur les opérations d'addition et de soustraction à l'école primaire. Nous analysons les discours de cette institution évaluatrice et nous les confrontons avec les manuels produits par le marché privé. Nous nous posons donc la question des praxéologies qu'il est possible de rencontrer et de celles qui sont omises dans les manuels (référence aux problématiques possibiliste et impossibiliste énoncées par Chevallard (2011)).

Pour le séminaire nous présenterons quelques résultats en ce qui concerne le début de la mise en place de ce système évaluatif, 1994, jusqu'à 2004. C'est dans cette période que ce dispositif a pu finir définitivement avec les legs du Mouvement des Mathématiques Modernes, qui persistaient à exister dans les manuels brésiliens de l'époque.

Mots clés : Curriculum ; Assujettissement ; Manuel ; Noosphère.

Références

Bosch, M. & Gáscon, J. (2005). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. In Mercier, A. et Margolinas, C. (Coord.), *Balises en Didactique des Mathématiques*, (pp. 107-122), La Pensée Sauvage : Grenoble.

Chevallard, Y. (1986). Les programmes et la transposition didactique - Illusions, contraintes et possible. Conférence prononcée le 24 octobre 1985 aux Journées de l'APMEP (Port-Barcarès, 24-26 octobre 1985). Texte paru dans le Bulletin de l'APMEP, 352 (février 1986), pp. 32-50.

Chevallard, Y. (1997). Omettre ou transmettre ? Les choix curriculaires et leurs enjeux. Exposé présenté à la IXe école d'été de didactique des mathématiques (Houlgate, 19-27 août 1997). Paru dans les actes, ARDM, s.l.n.d., p. 78-90.

Chevallard, Y. (2011). Les problématiques de la recherche en didactique à la lumière de la TAD. Texte d'un exposé réalisé le 28 janvier 2011 dans le cadre du Séminaire de l'ACADIS (ADEF, Marseille).

Kaspary, D. (2019) Relations entre deux institutions noosphériques : effets d'un système d'évaluation de manuels didactiques. Actes du 6e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique, CITAD. Grenoble, França. (à paraître).

Faire vivre des Parcours d'Etude et de Recherche au cycle 4 : bilan d'une expérimentation

Yves MATHERON

(Institut de Mathématiques de Marseille, UMR 7373 et Institut Français de l'Education – ENS de Lyon)

La Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) caractérise l'enseignement actuel des mathématiques comme relevant le plus souvent de la visite des œuvres. A l'opposé elle identifie, au sein de systèmes éducatifs, des tentatives à la vie parfois courte et difficile, d'implantation de dispositifs d'étude favorisant l'engagement des élèves dans la recherche de réponses à des questions, sous la direction du professeur. Il s'agit alors d'essais institutionnels pour passer du paradigme de la visite des œuvres à celui du questionnement du monde. De tels dispositifs associant l'étude à la recherche peuvent être ou non finalisés par l'enseignement d'un savoir, « mono-disciplinaire » ou « co-disciplinaires ».

Les caractéristiques institutionnelles déterminent les conditions et contraintes pour l'implantation et la vie de telles propositions. Par exemple, la contrainte de devoir enseigner les éléments d'œuvres contenus dans le programme nous a conduits, à partir de ces œuvres, à trouver des questions pouvant les générer, qu'on dévoluera ensuite aux élèves. Une pédagogie de l'enquête, ou de questionnement du monde, aurait supposé la démarche inverse.

De 2012 à 2018, nous avons fait vivre sur le cycle 4 (élèves de 13 à 15 ans), tout d'abord dans un collège puis en l'élargissant à d'autres, par les professeurs volontaires en charge de ces classes, des propositions d'enseignement de thèmes ou de secteurs du programme de mathématiques sous forme de Parcours d'Etude et de Recherche. Le dispositif des Lieux d'Education Associés (LéA) à l'Institut Français de l'Education fournissait l'opportunité d'une recherche collaborative associant l'accompagnement des professeurs par des chercheurs et doctorants en didactique à l'observation des effets sur le rapport professionnel à l'enseignement et le rapport à l'étude des mathématiques des élèves.

Après avoir décrit les conditions pour que puisse vivre un tel dispositif expérimental basé sur la production et la passation d'ingénieries de recherche et de développement, le séminaire permettra d'exposer certains des résultats établis à l'issue de cette opération. Leur recueil a nécessité la mise en œuvre d'une méthodologie croisant évaluations quantitatives et qualitatives, entretiens et questionnaires, tant auprès des professeurs que des élèves. La discussion portera sur les conditions et contraintes pour un enseignement des mathématiques sous forme de PER, la dialectique entre visite des œuvres et questionnement du monde, celle de l'expérimental et du déductif, les changements auprès des professeurs et des élèves, l'observation des habitudes et résistances. Il s'agit aussi d'ouvrir une piste explicative à la difficulté de maintenir l'activité démonstrative au niveau du Collège.

Mots clés : Parcours d'Etude et de Recherche ; paradigme ; lieu d'éducation associé à l'IFE ; recherche collaborative ; rapport au savoir

Références

Bernad, K. (2017). Une contribution à l'étude de conditions et contraintes déterminant les pratiques enseignantes dans le cadre de mises en œuvre de parcours d'étude et de recherche au collège. Thèse de l'Université d'Aix-Marseille.

Chevallard, Y. (2009). La notion de PER : problèmes et avancées. Texte récupéré le 16 décembre 2018 sur http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=161

Matheron, Y., Noirfalise, R. (2011). Du développement vers la recherche : quelques résultats, issus du projet (CD)AMPERES, relatifs à la mise en œuvre de PER dans le système d'enseignement secondaire. In M. Bosch et al. (Éds), Un panorama de la TAD (p. 57-76). Barcelone : CRM.

Matheron, Y., Quilio, S. (2015). L'accès au milieu scolaire pour l'élaboration et l'expérimentation d'ingénieries didactiques de recherche : conditions et contraintes. Le dispositif des LéA (Lieux d'éducation Associés à l'IFÉ), In Mathé, A-C., & Mounier, E. (Eds), Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2014, ARDM & IREM Paris VII, 80-91.

Méjani, F. (2018). Analyse micro-didactique du processus d'étude et de recherche du point de vue mésogénétique au sein d'un travail de groupe dans le cadre des moments d'exploration du type de tâches et d'élaboration d'une technique sur les équations du premier degré. Thèse de l'Université d'Aix-Marseille.

Une analyse micro-didactique d'un dispositif pédagogique : le travail de groupe lors d'une activité d'étude et de recherche

Farida MEJANI (I2M)

L'étude du dispositif pédagogique qui consiste à faire travailler les élèves en groupe a surtout été menée par ceux qui, chercheurs en éducation, se désignent eux-mêmes comme des pédagogues : Freinet, Meirieu, Cousinet.

Nous nous plaçons, pour le travail que nous présentons dans ce séminaire, dans un cadre didactique qui vise à décrire le processus de construction d'une réponse mathématique à un problème mathématique dévolu à des groupes d'élèves, à travers l'analyse du milieu d'étude qu'ils se constituent.

Pour cette étude, notre présentation s'appuie sur une expérimentation menée dans un collège marseillais dans des classes de quatrième dont les trois professeurs ont mis en œuvre une Activité d'Étude et de Recherche (AER) sur les équations du premier degré à une inconnue. Les récents développements de la Théorie Anthropologique du didactique (TAD) (Chevallard, 2018) permettent de considérer le travail de groupe des élèves non plus seulement dans des perspectives de finalisation, de socialisation, de monitorat et de confrontation (Meirieu, 2011), perspectives pour lesquelles « l'objectif est de faire accéder les élèves à un "besoin de savoir" plus qu'à un savoir ».

Après avoir décrit les concepts de la TAD que nous utilisons pour notre analyse du travail de groupe, nous montrons comment ils s'avèrent pertinents pour une analyse microdidactique de la construction d'un milieu au sein du schéma herbartien (Chevallard, 2007). Cette étude du milieu repose sur un dispositif d'observation - analyses mathématique et didactique a priori soutenant l'AER, mise en place de groupes au sein des classes, films des interactions au sein du processus de recherche – et elle recourt à une méthodologie de type clinique.

Nous montrons comment la dynamique de l'étude et de la recherche est portée en partie par les différences dans les équipements praxéologiques des individus dans les groupes à travers une dialectique de l'individu et du collectif et une dialectique des médias et des milieux, parfois à l'insu des professeurs. Ces derniers doivent cependant réaliser une double dévolution, envers les élèves pris individuellement et envers les groupes afin de favoriser une étude en synnomie.

C'est donc le point de vue des élèves que nous étudions, dans l'évolution de leur rapport au savoir relatif à l'étude des équations du premier degré mais également à d'autres objets de savoir non considérés par l'AER, afin de prendre en compte la diversité de ces objets connexes rencontrés lors de l'étude mathématique qui viennent compléter le milieu d'étude conçu a priori.

Mots clés : Travail de groupe ; AER ; Milieu du schéma herbartien ; double dévolution ; synnomie

Références

Bosch, M. (2016). Cours 1 B : La prise en compte du collectif dans l'analyse des processus d'étude selon la TAD. Dans Y. Matheron & al. (Éds), *Enjeux et débats en didactique des mathématiques. XVIII^e école d'été de didactique des mathématiques*, Brest (Bretagne) – du 19 au 26 août 2015 (pp. 127-142). Grenoble, La Pensée Sauvage éditions.

Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la Théorie Anthropologique du Didactique. Dans L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. J. García (Éds), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)* (pp. 705-746). Jaen, Espagne : Publicaciones de la Universidad de Jaén.

Chevallard, Y. (2018). Some sensitive issues in the use and development of the anthropological theory of the didactic, Conférence inaugurale pour CITAD VI, Autrans, 22-26 janvier 2018 (à paraître)

Méjani, F. (2018). Analyse micro-didactique du processus d'étude et de recherche du point de vue mésogénétique au sein d'un travail de groupe dans le cadre des moments d'exploration du type de tâches et d'élaboration d'une technique sur les équations du premier degré. Thèse de l'Université d'Aix-Marseille

Meirieu, P. (2011). Pourquoi le travail en groupes des élèves ? Repéré à <https://www.meirieu.com/ARTICLES/listes-des-articles.htm>

Une étude du processus de conceptualisation de la limite de fonction

Sonia Maria Monteiro da Silva Burigato (Universidade Federal de Mato Grosso do Sul/INMA Brésil)

José Luiz Magalhães de Freitas (PPGEduMat UFMS/Brésil)

Cécile Ouvrier-Bufferet (Université Paris-Est Créteil et Laboratoire de Didactique André Revuz)

Dans cette communication, nous présentons une partie des résultats de notre thèse concernant l'étude du processus de construction de la notion de limite de fonction par des étudiants dans des situations d'introduction de ce concept, en France et au Brésil. Ce concept est présenté à un niveau d'enseignement différent dans ces deux pays. Au Brésil, il est introduit à l'université, alors qu'en France, il est enseigné dès le lycée. Plusieurs études ont mis en évidence les difficultés des élèves pour comprendre ce concept, dans plusieurs pays, et ce depuis longtemps. A titre d'exemple, ces difficultés sont en lien avec des concepts utilisés dans le concept de limite de fonctions, notamment les concepts de nombres réels, fonctions et infini, historiquement problématiques dans leur développement eux aussi (Cornu, 1983) mais sont aussi en lien avec la quantification (Lecorre, 2016). Il est souligné que la notion de limite est centrale en analyse (Bloch, 2015). Nous avons étudié, chez des lycéens en France et chez des étudiants au Brésil, le processus de construction des limites de fonctions en faisant un focus sur les schèmes de Vergnaud (1990) et sur les notions de *concept image* et *concept definition* de Tall et Vinner (1981). Nous avons conçu des situations pour introduire ce concept, en tenant compte des niveaux de classe et processus d'enseignement en France et au Brésil. Notre étude expérimentale est constituée de questionnaires, activités et entretiens avec les élèves. Nos analyses ont permis de déterminer la variation des représentations utilisées par les étudiants suivant les activités et situations, ainsi que les adaptations des étudiants en termes de schèmes. Nous avons également pu accéder aux *concepts images* des étudiants, dans les deux pays. Dans cette communication, nous illustrerons notre méthodologie d'analyse avec les productions d'un élève français et discuterons des points de convergence et de divergence entre les productions de ce lycéen et les productions d'un étudiant brésilien.

Mots clés : Schèmes. Limite. Fonction. *Concept image* et *concept definition*.

Références

- BLOCH, I. (2015). La notion de limite comme emblématique du système de preuve de l'Analyse (SPA): travaux antérieurs, situations, problèmes de logique. In Y. Matheron et al. (dir), *Enjeux et débats en didactique des mathématiques - Actes de la 18^{ème} école d'été de didactique des mathématiques*, Brest. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CORNU, B. (1983). *Apprentissage de la notion de limite : conceptions et obstacles*. Thèse. Grenoble 1, Grenoble.
- LECORRE T. (2016). *Des conditions de conception d'une ingénierie relative à la définition de la notion de limite*. Thèse, Université de Grenoble.
- VERGNAUD, G. (1990). La théorie de champs conceptuels. *Recherches en Didactique de Mathématiques*, 10 (2-3), 133-170.
- TALL, D. & VINNER, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 3 (12), 151-169.

Difficultés d'apprentissage de la notion de fonction au secondaire au Québec

Jean-François Nolet

Ridha Najar

(Université du Québec en Abitibi-Temiscamingue)

Au Québec, la notion de fonction occupe une place importante dans les programmes d'enseignement et joue un rôle important dans le développement des compétences disciplinaires et transversales fixées par le Programme de formation de l'école québécoise (PFEQ). Malgré cette importance, plusieurs recherches au Québec (Drolet 2012, Blanchard 2013) montrent des difficultés dans l'apprentissage de cette notion tant au secondaire, qu'au postsecondaire. Voulant comprendre l'origine de ces difficultés, cette recherche vise à répondre à la question suivante :

Quelles sont les difficultés d'apprentissage de la notion de fonction en troisième année du secondaire au Québec, et dans quelle mesure l'institution contribue-t-elle à engendrer ces difficultés ?

Notre travail comporte deux parties : dans la première nous identifions et nous caractérisons les difficultés des élèves de la troisième année secondaire par rapport à la notion de fonction. Pour ce faire, nous analysons les réponses de trois groupes d'élèves à un test diagnostique élaboré selon les attentes du PFEQ. Cette analyse se fera selon une grille permettant de questionner quatre éléments essentiels intervenant dans la réalisation de chaque tâche donnée dans le test : la (ou les) notion(s) mathématique(s) en jeu, le (ou les) moyen(s) mis à disposition de l'élève dans l'énoncé pour réaliser la tâche, l'outil et/ou le dispositif enseigné et nécessaire pour la réalisation de la tâche, la (ou les) connaissance(s) et/ou la (ou les) compétences à évaluer à travers la tâche.

Dans la deuxième partie de notre travail, nous nous intéressons aux origines institutionnelles des difficultés mises en évidence. Pour ce faire, nous procédons, en premier temps, à une analyse praxéologique (Chevallard 1998) des contenus d'enseignement donnés aux groupes d'élèves qui ont participé à l'expérimentation. Cette analyse nous permettra de connaître l'importance accordée aux différents types des praxéologies mathématiques (PM) mises en place pour l'enseignement de la notion de fonction et le rôle joué par les blocs pratico-technique et technologico-théorique de ces praxéologies. Dans un deuxième temps, nous regardons, dans les PM recensées, l'importance accordée aux différents registres de représentation sémiotique (Duval 1993), leur coordination, ainsi que le rôle joué par les opérations de traitement et de conversion dans et entre ces registres. Nous nous intéressons également, pour les PM enseignées, à l'importance accordée à chacun des aspects outil et objet (Douady 1983) de la notion de fonction et des notions qui lui sont associées. La prise en compte de tous ces facteurs dans l'analyse des contenus d'enseignement nous permettra de mettre en évidence certaines insuffisances dans l'enseignement de la notion de fonction. Nous étudions à la fin les liens possibles entre ces insuffisances et les difficultés constatées chez les élèves.

Mots clés : Fonction, praxéologie mathématique, registres sémiotiques, outil-objet.

Références

- Blanchard, M. (2013). Une étude exploratoire sur l'influence de la modélisation à l'aide de nuages de points sur le concept image de la fonction. Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Montréal, Montréal.
- Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. Actes de l'Université d'été de La Rochelle. IREM de Clermont-Ferrand. p.91-120.
- Douady, R. (1983). Rapport enseignement apprentissage : Dialectique outil-objet, jeux de cadres. Cahiers de didactique des mathématiques. Numéro 3. IREM de l'Université Paris 7.
- Drolet, D. (2012). Évaluation du niveau de compréhension des étudiants issus du renouveau pédagogique à l'égard du concept de fonction. Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Montréal.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de didactique et de sciences cognitives. Numéro 5, 37-65. IREM de Strasbourg.

Transformations dans le curriculum des mathématiques dans l'éducation secondaire des adultes en Argentine

María Rita OTERO, Angel DONVITO

(Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT), Universidad Nacional del Centro
de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN). Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas
(CONICET).)

Dans le cadre d'une recherche sur l'enseignement des mathématiques dans l'Education Secondaire d'Adultes (ESA) en Argentine, nous présentons une analyse évolutive des praxéologies mathématiques proposées pour enseigner, en nous centrant notamment sur son utilité formative inhérente (Chevallard, 2013 ; Donvito, 2018 ; Donvito, Otero, 2019). Nous utilisons l'échelle des niveaux de codétermination didactique proposés par la TAD (Chevallard, 2002) pour analyser les raisons qui ont conduit à la présence de ces praxéologies dans le curriculum, les transformations qu'elles ont subies et l'origine de ses changements. L'analyse prend en compte les événements dans cette institution depuis sa création à l'année 1968 jusqu'à l'actualité. Nous développons une analyse macro didactique fondée sur l'étude de 32 textes officiels de la période 1968-2018, obtenus du Ministère d'Education en Argentine. Nous identifions et décrivons 4 étapes caractérisées par des forts changements politiques, sociaux et économiques liés aux niveaux supérieurs de l'échelle de codétermination, au moyen d'une catégorisation inductive des documents. Les résultats indiquent qu'à l'origine l'ESA proposait de développer une formation intégrale de l'adulte et de s'occuper des nécessités du secteur social vers lequel elle était dirigée. Les transformations curriculaires et politiques ont ajouté à l'ESA des nouvelles responsabilités, en réduisant la quantité et la qualité des praxéologies mathématiques à enseigner (Donvito, 2018). Les mathématiques scolaires ont traversé un processus de purification épistémologique (Chevallard, 2001, 2013) depuis des mathématiques mixtes et appliquées vers des mathématiques « pures ». Dans la première étape, les mathématiques, la physique et la chimie s'étudiaient ensemble comme l'œuvre multidisciplinaire l'homme et son l'interprétation de la nature à l'intérieur de l'aire appelée Cosmologie. Dans la deuxième étape, les mathématiques se proposent comme une discipline indépendante mais elles gardent des notions mathématiques appliquées aux finances et à la cosmographie. Dans la troisième et la quatrième (actuelle) étape, ils se proposent d'étudier seulement des praxéologies mathématiques ponctuelles.

Mots clés : Praxéologies mathématiques ; Curriculum ; Education des adultes.

Références

- Chevallard, Y. (2001) Les mathématiques et le monde : dépasser « l'horreur instrumentale ». *Quadrature*, 41, 25-40.
- Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude. 3. Écologie & regulation. In *Actes de la 11 École d'Été de Didactique des Mathématiques* (pp. 41–56). Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (2013). *La matemática en la escuela: Por una revolución epistemológica y didáctica*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Libros El Zorzal.
- Donvito, A. (2018). *Análisis macro-didáctico aplicado a la Educación Secundaria de Adultos: Praxeologías matemáticas y utilidad* (Tesis doctoral). UNCPBA, Tandil (Argentina).
- Donvito, A; Otero, M. R. (2019). Utility of mathematical knowledge as a motivating factor in students' learning of Adult Secondary Education. *Educational Journal of the University of Patras UNESCO Chair*, 6 (2). Article in press.

Habiletés calculatoires : les enjeux de la réécriture de calculs soustractifs en CE2

Anne-Marie RINALDI
(Université Paul Valéry Montpellier)

Le calcul soustractif mental et posé est un enjeu majeur de l'enseignement des mathématiques au vu des difficultés d'apprentissages persistantes des élèves notamment en début de cycle 3. En effet si on se réfère aux résultats des évaluations TIMS (2016), aux travaux de Maurel et Sackur (2010), les calculs soustractifs posés ne sont pas maîtrisés par tous les élèves. Par ailleurs, en calcul mental, pour Butlen et Charles-Pézard (2007), les élèves à qui on n'a pas appris à faire autrement privilégient l'algorithme posé dans la tête ou des procédures mobilisant des décompositions canoniques des nombres. Cela est sans conséquence pour trouver par exemple la différence entre 53 et 21 mais problématique pour trouver la différence entre 53 et 27. Dans ce contexte, mes travaux de recherche (Rinaldi, 2016) m'ont amené à questionner la nature des savoirs nécessaires aux élèves pour qu'ils développent la valence pragmatique (savoir calculer vite et bien) et épistémique du calcul (apprendre des propriétés mathématiques en calculant) puis à concevoir un dispositif d'enseignement du calcul soustractif en CE2. Ce dispositif vise à relier calcul mental et calcul posé et à agréger l'étude de la numération décimale et l'étude des techniques de calcul soustractif. Il engage un travail régulier et progressif à partir des écritures arithmétiques. En m'appuyant sur les résultats de l'expérimentation conduite dans deux classes, j'analyserai les effets de ce travail de réécriture de calculs sur les techniques des élèves et sur les discours produits pour accompagner ces techniques. Je pointerai en particulier les connaissances de numération et celle liée à la conservation des écarts mobilisées par les élèves et par l'enseignant. Je montrerai comment celles-ci s'expriment oralement et par écrit et participent au développement des habiletés calculatoires (Threlfall, 2002) à l'école élémentaire. Pour finir, je questionnerai le choix des types de tâches (Chevallard, 1999) et des situations proposées aux élèves de cycle 2 pour les amener à produire des écritures arithmétiques dans le but de simplifier l'effectuation d'un calcul.

Mots clés : Théorie anthropologique du didactique- Calcul- Ecole élémentaire

Références

- Butlen, D., Charles-Pézard, M. (2007) Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté. Le calcul mental entre sens et technique. *Grand N*, 79, 7-32.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique de didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), 221-265.
- Maurel, M., Sackur, C. (2010). Il ne faut pas désarticuler un nombre. Mise en œuvre du dispositif Cesame en primaire. *Grand N*, 85, 43-59.
- Rinaldi, A.- M. (2016) Place et rôle des technologies dans l'enseignement et l'apprentissage du calcul soustractif en CE2 : proposition d'ingénierie. Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot.
- Threlfall, J. (2002). Flexible mental calculation. *Educational Studies in Mathematics*, 50(1), 29-47.